

CAPITOLO 10

CALCOLO RADIAZIONE SOLARE

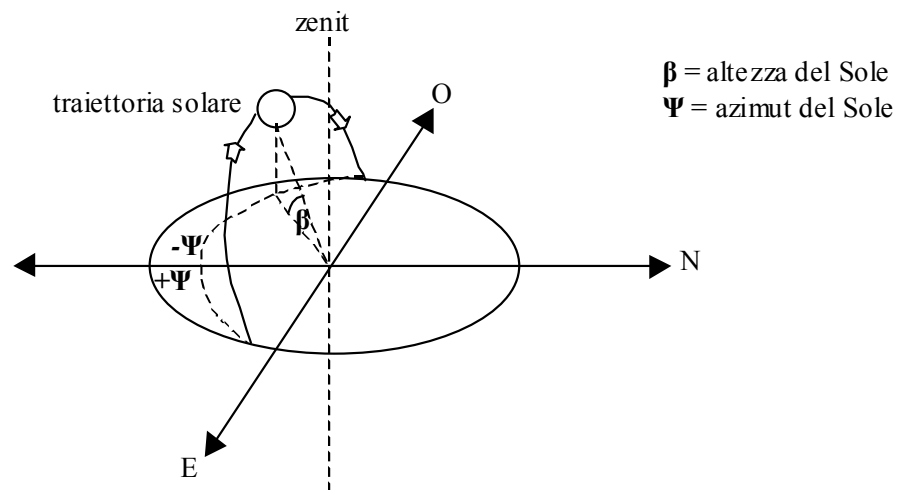
10.1 Generalità

L'entità della radiazione solare che giunge sulla superficie terrestre in un certo momento dipende, oltre che dalle già ricordate proprietà astronomiche caratterizzanti il moto del nostro pianeta, anche da fenomeni imprevedibili quali presenza di nuvole, trasparenza atmosfera, etc. Spesso, pertanto, si dovrà ricorrere per le diverse località a dati statistici ottenuti da misure in campo (ad esempio, numero medio mensile di ore di sole e media mensile della radiazione globale su superficie orizzontale).

In questo capitolo si focalizzerà l'attenzione solo sulla geometria della radiazione solare a cielo sereno che costituisce presupposto per il dimensionamento degli impianti di climatizzazione estiva, per l'analisi delle ombre portate da edifici od ostacoli naturali e, infine, per l'analisi delle prestazioni di sistemi solari attivi e passivi.

10.2 Radiazione solare a cielo sereno

Come rappresentato in figura, la posizione del Sole rispetto ad un punto sulla superficie terrestre può individuarsi con gli angoli di altezza (β) e azimut (Ψ) solari.



- β : angolo tra la **congiungente** il punto con Sole e la sua **proiezione** sul piano dell'orizzonte). Il complementare θ_z è detto *angolo zenitale*.
- Ψ : angolo tra la **direzione Nord-Sud** e la **proiezione** sul piano dell'orizzonte della **congiungente** il punto con Sole).

Pertanto, nel nostro emisfero la facciata di un edificio **esposta a Nord** sarà raramente investite dalla radiazione solare diretta; la facciata **esposta a Sud** sarà, invece, sempre soleggiata. Ovviamente l'inclinazione dei raggi rispetto alla normale alla facciata sarà minore in inverno (sole più basso sull'orizzonte) e maggiore in estate. La facciata esposta ad **Est** e quella ad **Ovest** riceveranno radiazione solare la prima di mezzogiorno e la seconda dopo mezzogiorno.

Noti:

- declinazione d
- angolo orario ω
- latitudine λ

è possibile ottenere espressioni analitiche che consentono di calcolare β e Ψ in qualunque ora e giorno dell'anno.

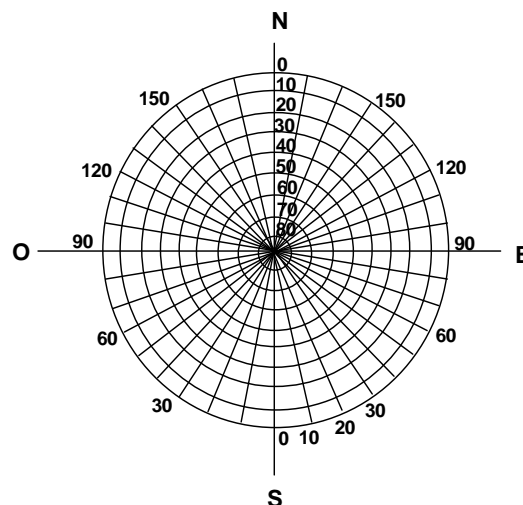
Le relazioni sono:

$$\sin \beta = \sin \lambda \cdot \sin d + \cos \lambda \cdot \cos d \cdot \cos \omega$$

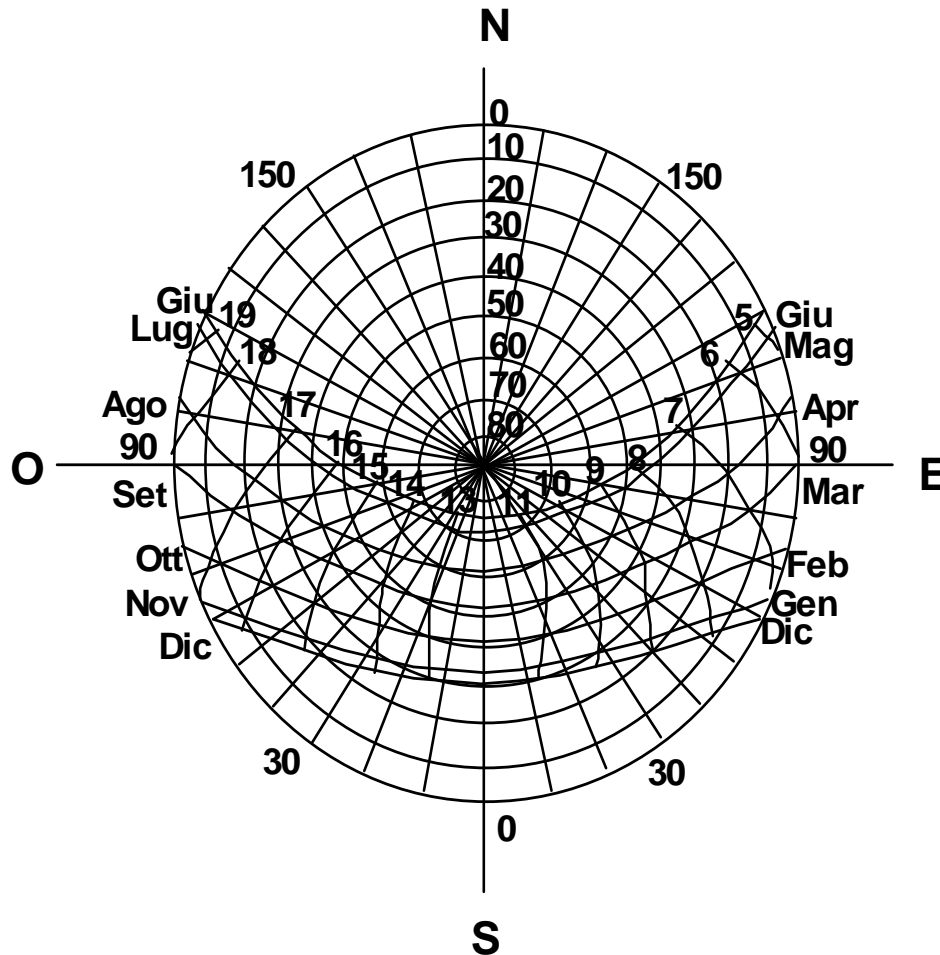
$$\cos \Psi = \frac{\sin \beta \cdot \sin \lambda - \sin d}{\cos \beta \cdot \cos \lambda}$$

ove Ψ assume valori positivi verso Est e negativi verso Ovest.

Si può notare che hanno senso solo valori $\beta > 0$ (Sole al disopra del piano dell'orizzonte). Le relazioni consentono di costruire carte dei percorsi solari utili per valutare la posizione solare nel momento desiderato. Tra i più diffusi diagrammi si possono ricordare i diagrammi polari sui quali i cerchi concentrici rappresentano le linee a β costante mentre i raggi identificano le linee ad **azimut Ψ costante**.



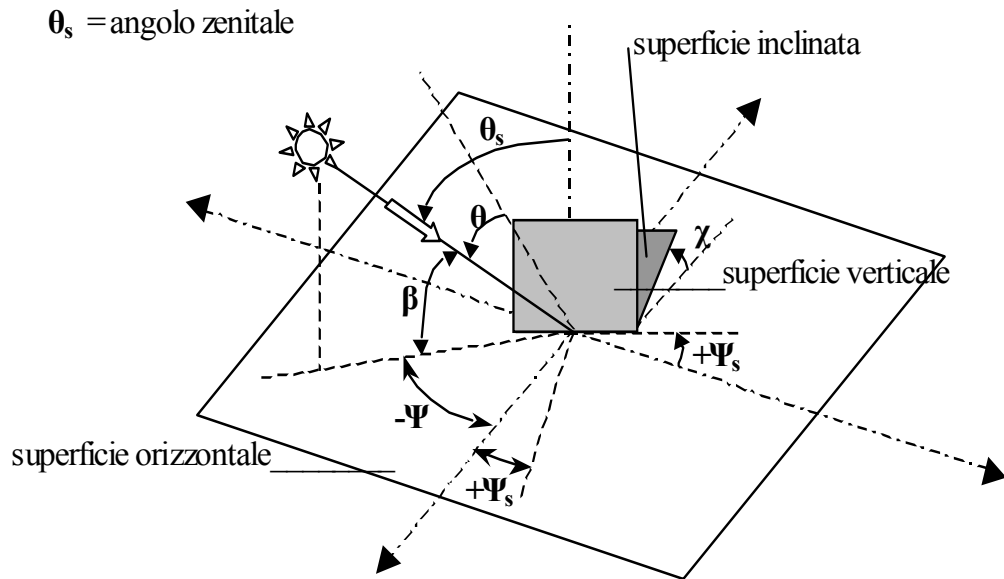
Sul sottostante diagramma, valido per una prefissata **latitudine**, è riportata l'andamento orario della posizione del sole in alcuni giorni dell'anno (percorsi solari). I valori dell'azimut solare Ψ sono indicati relativamente alla direzione Nord-Sud.



La curva più alta si riferisce al **solstizio d'estate (21 giugno)**; la curva più in basso al **solstizio d'inverno (21 dicembre)**; le curve intermedie a coppie di giorni con la stessa declinazione d (ad esempio 21 maggio e 24 luglio; 16 aprile e 28 agosto; 21 marzo e 23 settembre; 23 febbraio e 20 ottobre; 21 gennaio e 22 novembre).

Su questi diagrammi si aggiungono poi anche le linee di uguale ora (indicata con un numero arabo all'estremità superiore di ciascuna curva).

Nella seguente figura è rappresentata una superficie esposta alle radiazioni solari. La superficie è inclinata di un angolo χ rispetto al piano orizzontale ed la sua orientazione è fornita dall'angolo azimutale Ψ_s , e cioè dall'angolo formato sul piano orizzontale dalla **normale** alla superficie stessa e la direzione **Nord-Sud**.



L'angolo d'incidenza θ delle radiazioni solari dirette sulla superficie inclinata dell'angolo χ (θ = angolo tra la normale alla superficie stessa e i raggi solari) è calcolabile con:

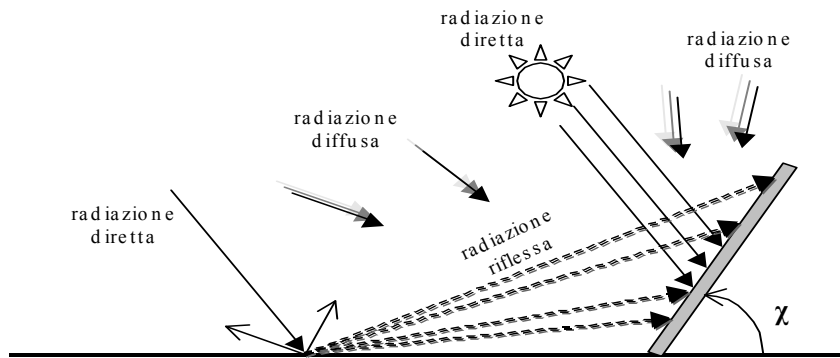
$$\cos \theta = \cos \beta \cdot \cos(\Psi - \Psi_s) \cdot \sin \chi + \sin \beta \cdot \cos \chi$$

ovviamente, avendo sempre cura di scartare valori per cui $\cos \theta < 0$.

10.3 Flusso energetico solare su una superficie

Al di fuori dell'atmosfera il **flusso energetico** solare su superficie di area unitaria perpendicolare alla congiungente Terra–Sole (**costante solare**) vale in media **1353** [W/m²]. L'atmosfera terrestre riduce il flusso energetico solare che giunge al suolo. In un giorno sereno la potenza incidente su una superficie di **generica disposizione e orientamento** è pari alla somma della radiazione solare **diretta, diffusa** e **riflessa** dal terreno (vedi figura) e, cioè, si può scrivere:

$$\Phi_T' = \Phi_{dir}' + \Phi_{dif}' + \Phi_{rif}'$$



Per il suo calcolo si può fare riferimento alle seguenti relazioni relative al modello semiempirico di “atmosfera” fornito dall’ASHRAE.

1) La **componente diretta** ϕ'_{dir} su una superficie comunque orientata è fornita da:

$$\phi'_{dir} = \frac{A}{\frac{B}{e^{\sin\beta}}} \cos\theta \quad (\text{valida per } \cos\theta > 0)$$

ove le grandezze A e B sono espresse da:

$$A = 1150,65 + 72,43 \cdot \cos(0,95 \cdot g) + 34,25 \cdot \sin(0,017 \cdot g) + 1,5 \cdot \log(g)$$

$$B = 1/(6,74 + 0,026 \cdot g - 5,13 \cdot 10^{-4} \cdot g^2 + 2,24 \cdot 10^{-6} \cdot g^3 - 2,80 \cdot 10^{-9} \cdot g^4)$$

2) La **componente diffusa** ϕ'_{dif} è:

$$\phi'_{dif} = C \cdot \frac{A}{\frac{B}{e^{\sin\beta}}} \cdot F$$

ove:

$$F = \frac{1 + \cos\chi}{2} = \text{fattore di vista superficie -volta celeste e } C \text{ è espresso da:}$$

$$C = 1/(16,9 + 0,0001 \cdot g - 8,65 \cdot 10^{-4} \cdot g^2 + 3,93 \cdot 10^{-6} \cdot g^3 - 4,005 \cdot 10^{-9} \cdot g^4)$$

3) La **componente riflessa** può essere determinata come:

$$\phi'_{rif} = \frac{A}{\frac{B}{e^{\sin\beta}}} (C + \sin\beta) \cdot \rho_g (1 - F)$$

L'albedo, ad esempio, può variare dal valore medio pari a $\rho_g = 0.07$ (per un ampio specchio d'acqua con sole alto) fino a raggiungere un valore di circa $\rho_g = 0.65$ (quando il sole è basso sull'orizzonte). In letteratura sono riportate valori d'albedo per diversi paesaggi. Le espressioni presentate permettono di calcolare il flusso energetico totale su superficie comunque orientata, in condizioni di cielo sereno per qualsiasi giorno dell'anno.

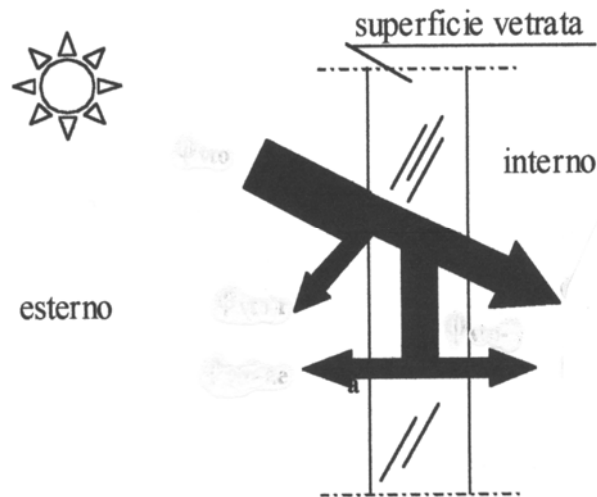
Nella tabella sono riportati i coefficienti **A**, **B**, **C** relativi al 21-esimo giorno del mese.

GIORNO	A [W/m ²]	B [W/m ²]	C [W/m ²]
21 Gen	1230	0,142	0,058
21 Feb	1214	0,144	0,060
21 Mar	1185	0,156	0,071
21 Apr	1135	0,180	0,097
21 Mag	1103	0,196	0,121
21 Giu	1088	0,205	0,134
21 Lug	1085	0,207	0,136
21 Ago	1107	0,201	0,122
21 Set	1151	0,177	0,092
21 Ott	1192	0,160	0,073
21 Nov	1220	0,149	0,063
21 Dic	1233	0,142	0,057

10.4 Contributo solare trasmesso attraverso superfici vetrate

Il flusso termico solare trasmesso attraverso una superficie vetrata sulla quale incida il flusso φ'_T può risultare, in una giornata estiva serena, assai rilevante come già discusso nella Parte I. In generale il flusso trasmesso dipende in modo complesso dall'angolo di incidenza della radiazione solare diretta e cioè dall'esposizione geografica (Est, Sud, etc.), dalla latitudine, dal giorno dell'anno e risulta variabile con le ore del giorno. Come già precisato, per dimensionare gli impianti di condizionamento dell'aria si usa far riferimento al **21 luglio** ipotizzando una giornata serena.

Come si ricorderà, una parte del flusso verrà **riflessa** verso l'esterno, una parte **trasmessa** direttamente all'interno ed una parte **assorbita** nella lastra. Il flusso assorbito viene ad essere trasmesso **in parte all'interno** e, in altra parte, **all'esterno**.



Richiamando brevemente quanto visto nella Parte I:

$$N_i = \frac{\text{frazione del flusso assorbito trasmessa all'interno}}{\text{totale flusso assorbito}}$$

Il flusso globalmente trasmesso attraverso il vetro di riferimento (pedice 0) è esprimibile come:

$$\phi'_{vto} = \tau \cdot \phi'_T + N_i \cdot \alpha \cdot \phi'_T = \phi'_T \cdot (\tau + N_i \cdot \alpha) = \phi'_T \cdot F$$

ove:

α = fattore assorbimento medio della lastra nello spettro solare

F = **fattore di guadagno solare** per vetro standard di riferimento.

I valori ϕ'_{vto} possono essere direttamente calcolati facendo uso delle seguenti espressioni.

$$\phi'_{vto} = \phi'_{dir} \cdot (B_D + A_D) + (\phi'_{dif} + \phi'_{rif}) \cdot (B_d + A_d)$$

$$B_D = \sum_{j=1}^6 b_j \cdot (\cos \theta)^{j-1}$$

$$A_D = 0.235 \cdot \sum_{j=1}^6 a_j \cdot (\cos \theta)^{j-1}$$

$$B_d = 2 \cdot \sum_{j=1}^6 \frac{b_j}{j+1}$$

$$A_d = 0.506 \cdot \sum_{j=1}^6 \frac{a_j}{j+1}$$

I coefficienti a_j e b_j sono riportati nella seguente tabella:

j	a_j	b_j
1	0.01154	-0.00885
2	0.77674	2.71235
3	- 3.94657	- 0.62062
4	8.57881	- 7.07329
5	- 8.38135	9.75995
6	3.01188	- 3.89922

Nel caso di vetro diverso da quello di riferimento il flusso trasmesso all'interno φ'_{vt} viene stimato correggendo il valore di riferimento φ'_{vto} con l'introduzione del fattore correttivo **SC (Shading coefficient)** funzione della effettiva natura e delle caratteristiche del vetro in esame. In generale, come già visto nella I Parte si usa scrivere per qualunque superficie vetrata.

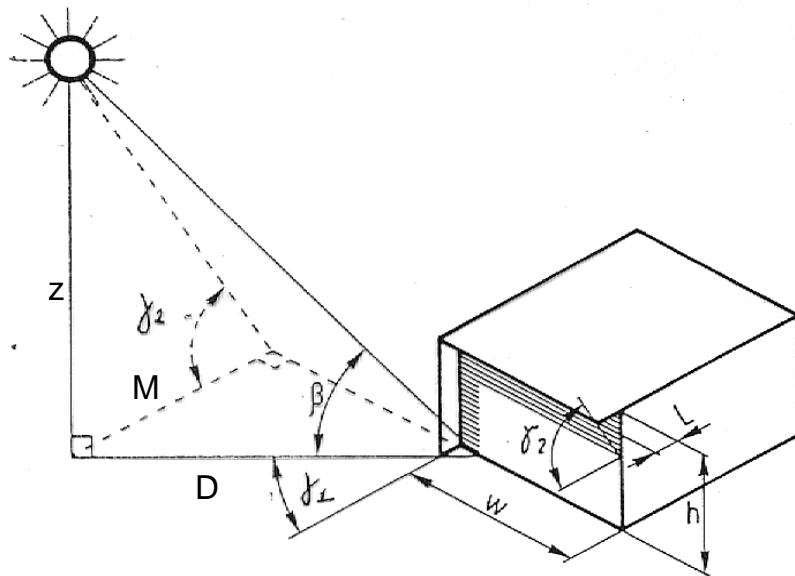
$$\varphi'_{vt} = SC \varphi'_{vto}.$$

Il fattore **SC** tiene conto della **natura** e dello **spessore** del vetro in confronto al vetro di riferimento (ovviamente, **SC** = 1 per il vetro standard e **SC** < 1 per vetro più spesso o colorato).

Nella Parte I, cui si rimanda per maggiori notizie, si è già fatto cenno alle principali tipologie disponibili sul mercato (cristalli semplici, cristalli atermici colorati, cristalli riflettenti, cristalli bassoemissivi, vetrate a pannello isolante e cristalli a trasparenza variabile). Quanto detto può fornire suggerimenti sulla disposizione dei locali di un appartamento: ad esempio gli ambienti con maggiori esigenze di comfort e più lunghi tempi di permanenza potranno essere esposti a Sud, privilegiando il Sud-Est per le camere da letto (che vengono rassettate in mattinata e quindi hanno bisogno di sole in questo periodo del giorno) ed il Sud-Ovest per gli spazi di studio (che vengono utilizzate maggiormente nel pomeriggio). Tutti quegli ambienti di servizio (garage, depositi, ripostigli) la cui fruizione non è continua e che, pertanto, non necessitano di riscaldamento, possono essere esposti a nord, funzionando così da spazi cuscinetto, ovvero spazi filtro, camere d'aria e ambienti per isolare l'interno dall'esterno sul lato climaticamente più svantaggiato.

10.5 Valutazione ombre su pareti opache/vetrare

Come già precisato una valutazione sufficientemente accurata della radiazione solare incidente sulle superfici estere di un edificio presenta notevole interesse al fine di poter valutare i carichi termici trasmessi. Lo studio della radiazione solare diretta è poi essenziale per dimensionare aggetti sporgenti dalle facciate aventi il fine di ombreggiare parte dell'involucro e limitare i carichi termici trasmessi. È opportuno discutere anche come si possano valutare le ombre portate da edifici, ostacoli, alberi etc. sulla parete di un edificio. In figura è rappresentata la parete di un edificio ombreggiata da uno **schermo verticale** e da uno **orizzontale** (sporgenza **L**).



La posizione del sole è individuata dall'angolo β e dall'azimut Ψ mentre l'orientazione della parete dal suo angolo azimutale Ψ_s . Come si può osservare entrambi gli schermi intercettano parte della radiazione solare e determinano quindi la proiezione di una zona ombreggiata. L'esame della figura evidenzia:

- per uno **schermo verticale** sporgente per **L** (m) la lunghezza dell'ombra **L₁** è:

$$L_1 = L \cdot \tan \gamma_1$$

ove :

$$\gamma_1 = \Psi - \Psi_s$$

- per uno **schermo orizzontale** con aggetto di **L** (m) la lunghezza dell'ombra **L₂**:

$$L_2 = L \cdot \tan \gamma_2$$

In base alla figura si ha:

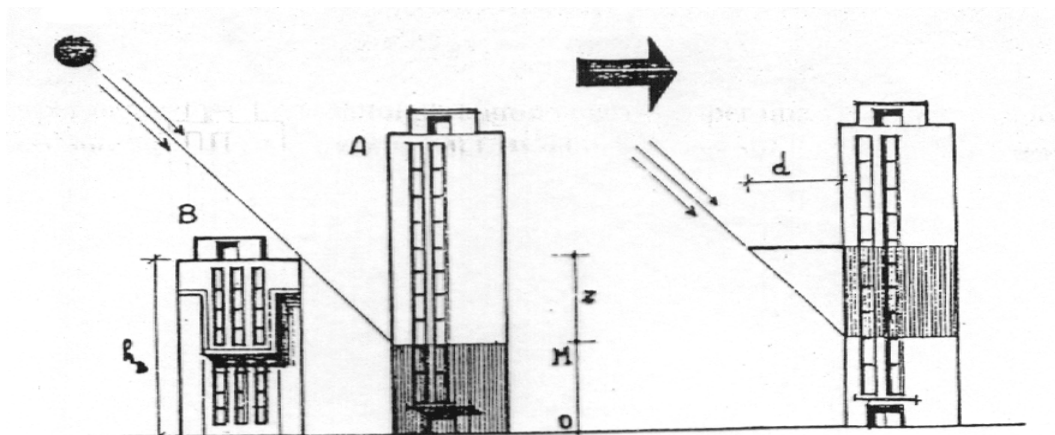
$$M = D \cdot \cos \gamma_1; \quad \tan \beta = \frac{z}{D}$$

$$\tan \gamma_2 = \frac{z}{M}$$

La lunghezza dell'ombra è quindi:

$$L_2 = L \cdot \tan \gamma_2 = L \cdot \frac{z}{M} = L \cdot \frac{D \cdot \tan \beta}{D \cdot \cos \gamma_1} = L \cdot \frac{\tan \beta}{\cos \gamma_1}$$

Pertanto, il calcolo della lunghezza dell'ombra ad un generico istante, nota l'orientazione della parete (angolo azimutale Ψ_s) è immediato se si conoscano gli angoli β , Ψ . Si consideri, ad esempio, il caso rappresentato in figura (ombra portata dall'edificio **B** sull'edificio **A**).

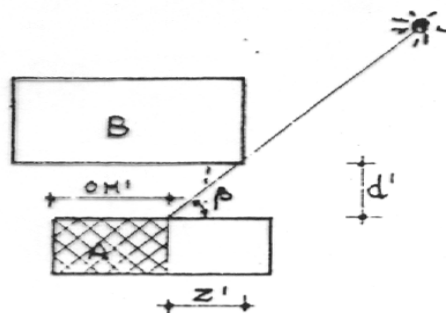


Se l'altezza dell'edificio **B** è h_B e la distanza tra **B** e **A** è d (m), l'ombra portata da **B** su **A** sarà pari a $OM = h_B - z$ dove z è pari all'ombra portata su **A** da uno schermo virtuale orizzontale di lunghezza d posizionato all'altezza h_B dal suolo :

$$z = d \cdot \tan \gamma_2 = d \cdot \frac{\tan \beta}{\cos \gamma_1}$$

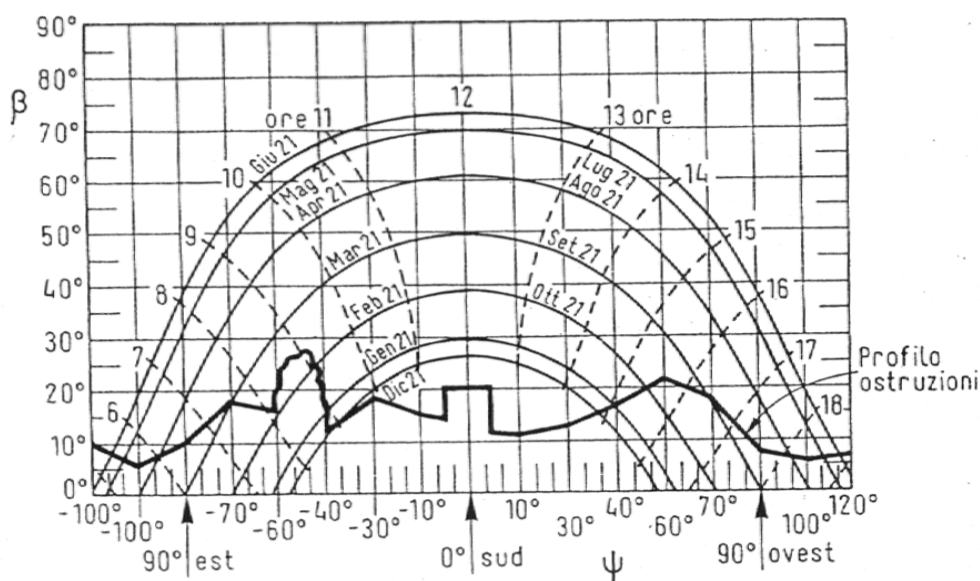
Tale valore può essere immediatamente dedotto noti gli angoli solari β , Ψ e l'angolo azimutale Ψ_s della parete di **A**.

Analogamente se consideriamo due edifici **A** e **B** in pianta (vedasi figura sottostante), la lunghezza dell'ombra portata dall'edificio **B** su **A** viene ottenuta valutando dall'ombra z' portata su **A** da uno schermo orizzontale (virtuale) di lunghezza d' posizionato a $k' = OM' + z'$ dal lato dell'edificio **A** come rappresentato in figura.



La lunghezza dell'ombra $z' = d' \cdot \tan \gamma_1$ può calcolarsi noti gli angoli solari Ψ e l'angolo azimutale Ψ_s della parete di **A**.

In casi più articolati e complessi, si può rappresentare su un diagramma, con ordinate l'angolo d'altezza solare β ed in ascisse l'azimut solare Ψ (diagramma solare), il **percorso apparente** del Sole alle varie ore del giorno per la **latitudine considerata**. Ponendosi, quindi, di fronte alla parete considerata, rilevando con un teodolite l'angolo di altezza e l'azimut delle diverse ostruzioni, è possibile tracciare sul diagramma $\psi - \beta$ il profilo dell'orizzonte.



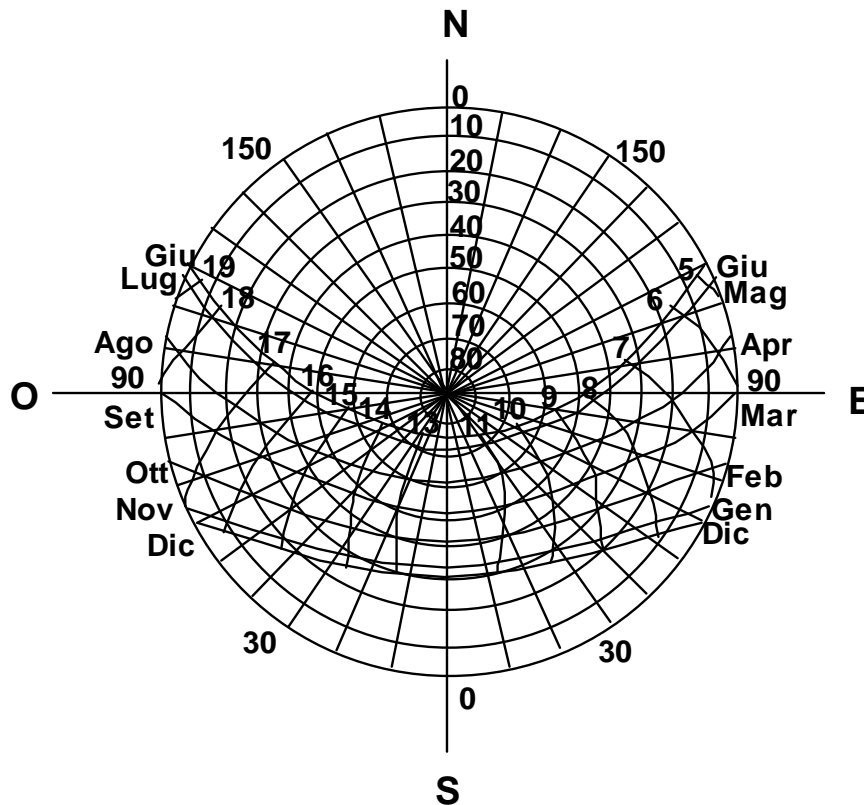
ESERCIZI ED ESEMPI

1) La parete di un edificio da costruirsi in una località posta a **44 lat. Nord** guarda a **Sud-Ovest**. La parete è schermata da un aggetto orizzontale sporgente per **L = 1.7 m**. Quale sarà la lunghezza **L_o** dell'ombra proiettata alle ore 15 del 20 ottobre.

La lunghezza dell'ombra proiettata dall'aggetto è fornita dalla relazione

$$L_o = L * \frac{\tan\beta}{\cos\gamma_1} \quad \text{ove } \gamma_1 = \Psi - \Psi_s$$

L'angolo azimutale di una parete che guardi a **Sud-Ovest** è **Ψ_s = - 45°**. Per conoscere i valori degli angoli solari **β, Ψ** il 20 ottobre o si ricorre al calcolo diretto (ad esempio col programma di seguito illustrato) oppure con buona approssimazione usando il diagramma dei percorsi solari tracciato per **44 lat. Nord** (vedi figura).



Dal diagramma si ottiene , **Ψ ≈ -50°** e **β ≈ 27°** e quindi si ha **γ₁ = -5°**.

Risulta, infine:

$$L_o = L * \frac{\tan\beta}{\cos\gamma_1} \cong 1.7 * \frac{\tan(27)}{\cos(-5)} = 1.7 * \frac{0.51}{0.99} = 0.87 \text{ m}$$

2) A titolo di esempio si riporta il listato di un programma in MatLab che utilizza automaticamente le relazioni analitiche presentate per calcolare a Genova il 21 luglio:

- radiazione solare totale in giorno sereno su parete verticale a **Ovest** [W/m^2]
- Guadagno solare per stessa esposizione per **SC** assegnato [W/m^2]

% RADIAZIONE SOLARE CIELO SERENO SU SUPERFICIE ORIENTATA
% GUADAGNO SOLARE PER SUPERFICIE VETRATA CON SHADING SC [W/m^2]

```

% g indica il giorno dell'anno a cui si fa riferimento (21 luglio g = 201)
g = 201;
% w indica l'angolo giornaliero e nota bene è in radianti
w = g*pi/180;
% d indica la declinazione del Sole ed è espressa in gradi
d = 23.45*sin((g+284)*360*pi/(180*365));
d=d/360*2*pi;
% long indica la longitudine della località ove è ubicata la superficie oggetto di ...
% studio, inserisco longitudine di Genova, espressa in gradi
long = -8;
% fu indica la longitudine del meridiano centrale del fuso orario in cui si trova la ...
% superficie, espressa in gradi
fu = -15;
% t indica il periodo della simulazione
t = [1:1:24];
% tau è il tempo espresso in ore scandite da un comune orologio
tau = [1:1:24];
e = 0.42*cos(w)-3.23*cos(2*w)-0.09*cos(3*w)-7.35*sin(w)-9.39*sin(2*w)-0.34*sin(3*w);
% e rappresenta l'eq. del tempo (tiene conto di varie anomalie dell'orbita terrestre)
% omega rappresenta l'angolo orario del Sole
omega = 15*(12-tau)-0.25*(e-4*(long-fu));
omega=omega/360*2*pi;
% lat indica la latitudine della località ove è ubicata la superficie oggetto di ...
% studio, immetto latitudine di Genova, in gradi
lat = 45;
lat=lat/360*2*pi;
% A è la radiazione extratmosferica virtuale
A = 1150.25+72.43*cos(0.95*g*pi/180)+34.25*sin(0.017*g*pi/180)+1.5*log(g);
% B è il coefficiente d'estinzione dell'atmosfera
B = 1/(6.74+0.026*g-5.13*power(10,-4)*power(g,2)+2.24*power(10,-6)*power(g,3)...
-2.8*power(10,-9)*power(g,4));
% C è il fattore di radiazione diffusa
C = 1/(16.9+0.0001*g-8.65*power(10,-4)*power(g,2)+3.93*power(10,-6)*power(g,3)...
-4.005*power(10,-9)*power(g,4));
% beta indica l'altezza del Sole sull'orizzonte
beta = asin(sin(lat).*sin(d)+ cos(lat).*cos(d).*cos(omega));
%loop per escludere valori negativi di beta
for tau=1:1:24
if beta(tau)<=0
    beta(tau)=0;
end
end
% psi indica l'azimut solare(Positivo verso Est, negativo verso Ovest)
psi = acos(((sin(beta).*sin(lat))-sin(d))./(cos(beta).*cos(lat)));
%loop per assegnare valori negativi all'azimut dopo le ore 12
for tau=1:1:24
if tau>=13
    psi(tau)= psi(tau).*(-1);
end
end

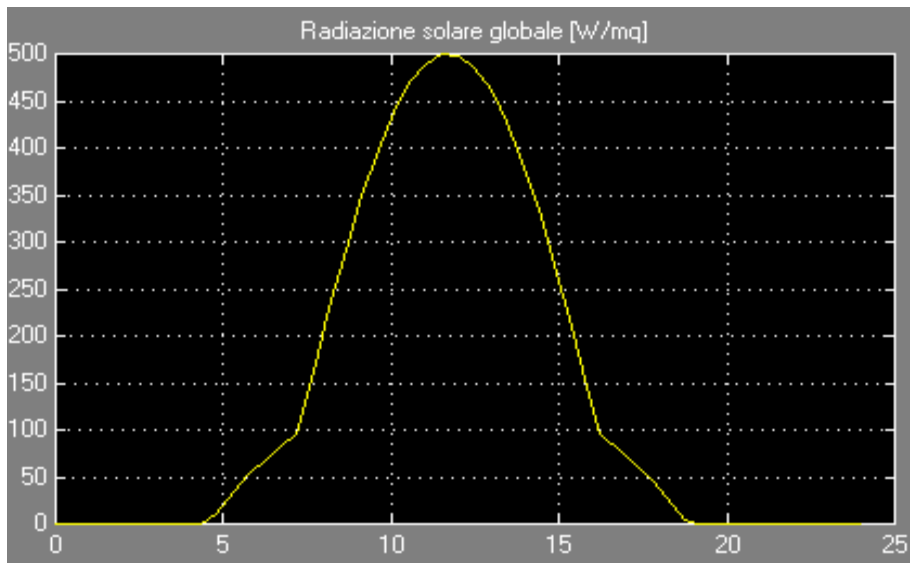
```

```

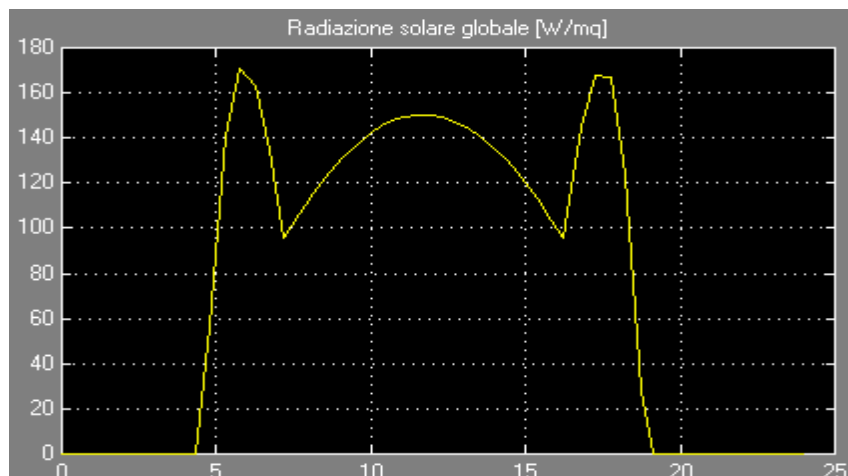
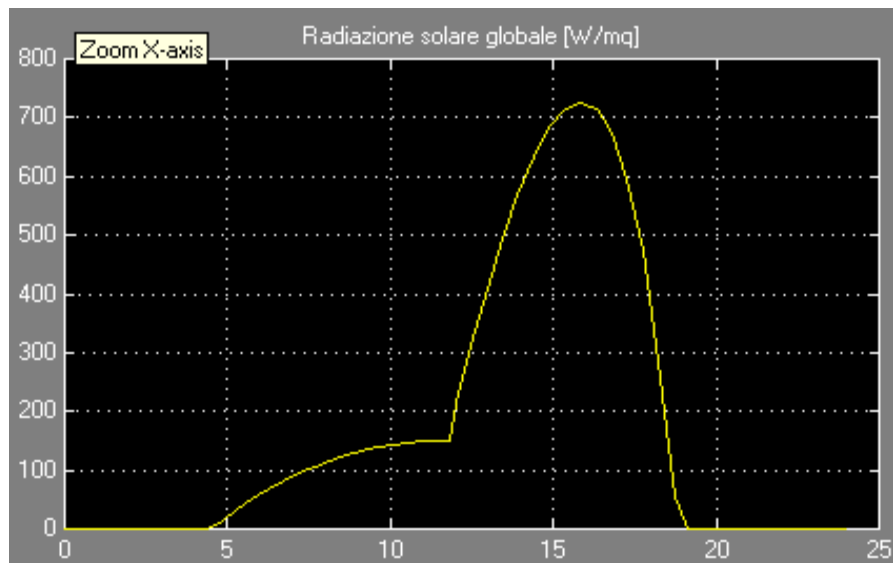
end
% csi indica l'inclinazione della superficie
csi = 90;
csi=csi/360*2*pi;
% psis l'azimut della superficie (Positivo verso Est, negativo verso Ovest)
psis = -90;
psis=psis/360*2*pi;
% teta l'angolo di incidenza delle radiazioni solari dirette
teta = acos(cos(beta).*cos(psi-psis).*sin(csi)+sin(beta).*cos(csi));
%loop per assegnare valori nulli quando teta< 90
for tau=1:1:24
if teta(tau)>=pi/2;
teta(tau)= pi/2;
end
end
% IDn rappresenta l'intensità della radiazione diretta normale alla superficie
for tau=1:1:24
    if beta(tau)==0
        IDn(tau)=0;
    else
        IDn(tau)= A/(exp(B/sin(beta(tau))));
    end
end
% ID indica la radiazione diretta
ID = IDn.*cos(teta);
% F esprime il fattore di vista tra la superficie considerata e la volta celeste
F = (1+cos(csi))./2;
% Id esprime la componente diffusa della radiazione complessiva
Id = C.*IDn.*F;
%rog è il coefficiente di riflessione del terreno circostante
rog = 0.3;
% Ig rappresenta la componente riflessa della radiazione complessiva
Ig = IDn.*(C+sin(beta)).*rog.*(1-F);
% IT esprime la radiazione complessiva somma di ID, Id, Ig.
It=ID+Id+Ig;
%shading coefficient superficie vetrata
SC=.77;
% calcolo radiazione solare trasmessa attraverso vetro con assegnato fattore SC
a1=.01154;
a2=0.77674;
a3=-3.94657;
a4=8.57661;
a5=-8.38135;
a6=3.01188;
AD=.253.*(a1+a2.*cos(teta)+a3.*cos(teta).^2+ a4.*cos(teta).^3+a5.*cos(teta).^4+a6.*cos(teta).^5);
Add=.506.*(a1./2+a2./3+a3./4+ a4./5+a5./6+a6./7);
b1=.00885;
b2=2.71235;
b3=-.62062;
b4=-7.07329;
b5=9.75995;
b6=-3.89922;
BD=b1+b2.*cos(teta)+b3.*cos(teta).^2+ b4.*cos(teta).^3+b5.*cos(teta).^4+b6.*cos(teta).^5;
Bdd=2.*(b1./2+b2./3+b3./4+ b4./5+b5./6+b6./7);
Itra=SC*(ID.*(BD+AD)+(Id+Ig).*(Bdd+Add));

```

Nella seguente figura si riporta il flusso solare totale a cielo sereno su superficie verticale esposta a **Sud** ($g = 201$ corrispondente al 21 luglio).



I grafici successivi mostrano rispettivamente il flusso totale per pareti esposte a **Ovest** e a **Nord**.



Si può osservare che mentre le facciate verticali a **Nord** sono investite in maniera assai ridotta (si osservino i valori numerici del flusso totale) la facciata esposta a **Sud** è sempre soleggiata, con inclinazione dei raggi rispetto alla normale inferiore in inverno (il sole è più basso sull'orizzonte) e maggiore in estate.

La seguente figura mostra il guadagno solare attraverso superfici vetrate esposte a **Ovest**, una standard ($SC = 1$) e una con fattore di shading $SC = 0.77$.

