

CAPITOLO 5

TERMODINAMICA DELL'ARIA UMIDA

5.1 Generalità

Nell'aria è sempre presente una piccola quantità di vapor d'acqua, indicativamente circa 1% in massa, per cui si può correttamente parlare di aria **umida**. L'aria atmosferica “**secca**”, e cioè priva di vapore, è come noto una miscela di gas ossigeno ed azoto ($O_2 \cong 23\%$ e $N_2 \cong 76\%$ in massa). La presenza di una quantità così ridotta di vapore acqueo nell'aria potrebbe apparire, ad un primo esame, di scarsa importanza tecnica. Ma in realtà anche piccole differenze nelle “**modeste**” quantità di vapore presenti nell'aria possono comportare **notevoli conseguenze pratiche**: ad esempio influenzare **la sensazione di benessere termico** delle persone o influenzare, e in notevole misura, la **conservazione di oggetti e manufatti**, etc. Il controllo, quindi, della quantità di vapore presente nell'aria interna presenta notevole importanza tanto che appositi impianti a questo scopo dedicati (impianti di condizionamento dell'aria). In questo capitolo vengono introdotte e definite le principali grandezze igrometriche che sono necessarie per affrontare queste problematiche.

L'aria umida viene considerata nella tecnica come una *miscela* di aria (**gas**) e di vapore acqueo (**vapore surriscaldato**), prescindendo dalla sua composizione in ossigeno ed azoto. Si dice, quindi, che l'**aria umida** è una *miscela d'aria secca e di vapore acqueo*. Poiché lo stato del vapore può essere considerato “sufficientemente rarefatto” il comportamento di questo e dell'aria secca e cioè dell'aria umida può essere descritto con buona approssimazione mediante l'equazione di stato dei gas perfetti. In particolare, indicando con P_t la *complessiva pressione della miscela aria-vapore* e con n_t il *totale numero di moli presenti nel volume V*, si può scrivere:

$$P_t V = n_t R T$$

ove è:

$$n_t = n_a + n_v$$

essendo n_a e n_v rispettivamente il *numero di moli di aria e di vapore*. L'equazione dei gas perfetti può essere ora scritta anche per ciascun componente nella forma:

$$P_a = n_a R \cdot T / V \qquad P_v = n_v R \cdot T / V$$

ove P_a e P_v assumono il significato di *pressioni parziali* di questi componenti la miscela. Si noti che le pressioni P_a e P_v vengono così a rappresentare la pressione che ciascun componente (aria e vapore) eserciterebbe qualora occupasse da solo, e alla stessa temperatura T , l'intero volume a disposizione V .

Esplicitando i numeri di moli si ottiene:

$$n_a = P_a V / R \cdot T \qquad n_v = P_v \cdot V / R \cdot T \qquad n_t = P_t V / R T$$

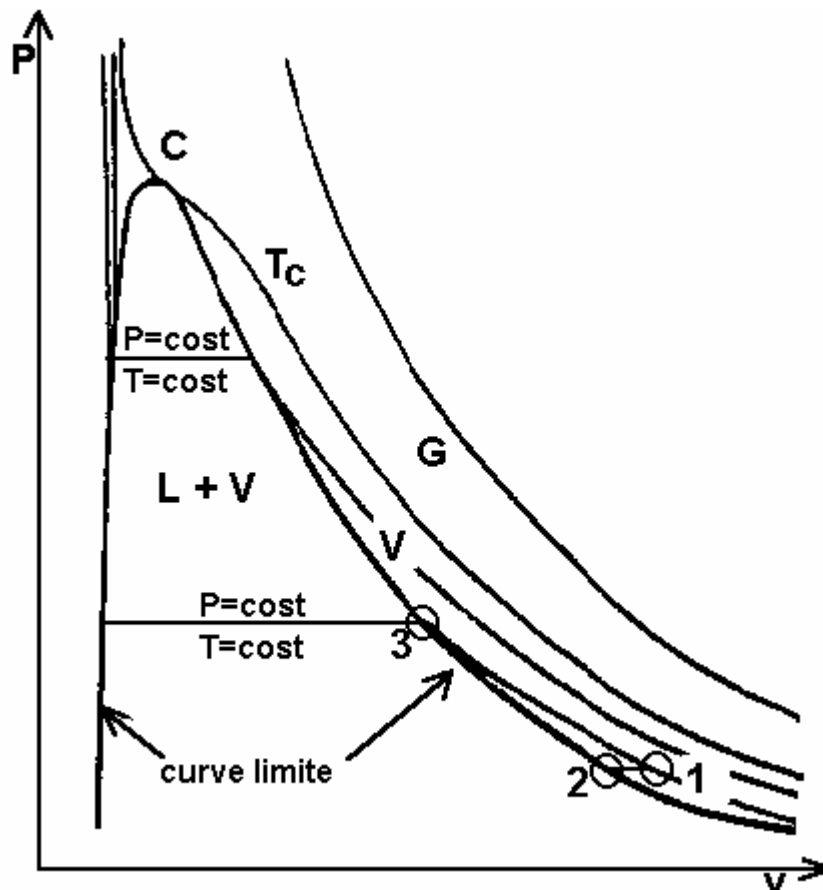
per cui, sostituendo nella relazione $n_t = n_a + n_v$, si ottiene la relazione tra la pressione totale della miscela gassosa e le pressioni parziali dei componenti:

$$P_t = P_a + P_v$$

Questa relazione prende il nome di **Legge di Dalton** ed è valida, per i soli gas perfetti. Tenendo conto dei bassi valori P_v nell'aria atmosferica (circa 1300 - 2000 [Pa]) la relazione risulta del tutto corretta. Si consideri il diagramma (P, v) dell'acqua in figura: sul diagramma, lo stato del vapore presente nell'aria sia rappresentato dal punto 1. In questo stato (P_1, v_1) nell'aria sono presenti $\rho_{v1} = 1 / v_1$ [kg/m³] di vapore. Se è nota la pressione totale P_t della miscela e, ad esempio, la pressione atmosferica, risulta anche determinata la composizione della miscela in moli n_v / n_t potendosi scrivere:

$$P_v / P_t = n_v / n_t$$

S'immagini, ora, che la temperatura dell'aria atmosferica diminuisca a parità però della pressione P_t . Durante questo processo la pressione parziale P_v si mantiene costante, finché la composizione dell'aria umida, definita dal rapporto n_v / n_t , rimane inalterata.



La trasformazione **1→2** sul diagramma (**P**, **v**) è **isobara** (la temperatura diminuisce fino al valore **T₂**). Nello stato **2**, il vapore è ormai **saturo**. Se la temperatura diminuisce ulteriormente lo stato del vapore non potrà che spostarsi a destra lungo la curva limite del vapore saturo verso più elevati valori del volume specifico (minori densità). In corrispondenza, la pressione **P_v** e il numero di moli di vapore presenti nella fase aeriforme **n_v** diminuiranno e si separerà acqua, ad esempio nell'aria si formerà una minuta dispersione di goccioline (nebbia).

La temperatura **T₂** è detta **temperatura di rugiada** dell'aria. L'appannamento della superficie esterna di un bicchiere contenente una bibita gelata (formazione di minutissime goccioline d'acqua sulla superficie esterna) è dovuta proprio al raggiungimento della temperatura di rugiada dell'aria sulla tale superficie. Si supponga ora di considerare nuovamente lo stato rappresentato dal punto **1**. È possibile immaginare di raggiungere la saturazione anche muovendosi a temperatura costante e cioè muovendosi sul diagramma verso sinistra, fino a giungere al punto **3** (**T₃ = T₁**). Ciò potrebbe essere realizzato mantenendo costante la temperatura dell'aria in un ambiente e aggiungendo via via vapore fino a che la **P_v**, aumentando progressivamente, non giunge al massimo valore consentito cioè al valore della *pressione di saturazione* **P_s(T₁)**. In altre parole, la saturazione del vapore può essere raggiunta sia raffreddando l'aria a **P_t = cost**, sia immettendo vapore nell'ambiente a **T = cost**.

5.2 Grandezze igrometriche: umidità relativa ed assoluta, entalpia.

Si introducono le seguenti grandezze:

- **Umidità relativa**
- **Umidità assoluta**
- **Entalpia dell'aria umida**

5.2.1 Umidità relativa

Umidità relativa: rapporto tra la densità del vapore **ρ_v** e la densità del vapor saturo **ρ_s** alla stessa temperatura:

$$i = \rho_v / \rho_s$$

L'umidità relativa **i** esprime anche il rapporto tra la massa di vapore **m_v** presente in un qualunque volume **V** d'aria e la massa di vapore **m_s** a saturazione (massima possibile). È anche:

$$i = m_v / m_s = \rho_v / \rho_s$$

Sempre considerando il vapore come un gas ideale, si può scrivere:

$$P_v = \rho_v \cdot R_v T$$

$$P_s = \rho_s \cdot R_v T$$

per cui risulta anche:

$$i = P_v / P_s$$

L'umidità relativa i potrà, quindi, variare tra 0 ed 1 perché la pressione parziale del vapore è sempre compresa tra 0 e $P_v = P_s$. Nella pratica l'umidità relativa i viene espressa in unità percentuali.

Nella seguente tabella sono riportati i valori di $P_s = f(T)$.

t [°C]	t + 0.0	t + 0.1	t + 0.2	t + 0.3	t + 0.4	t + 0.5	t + 0.6	t + 0.7	t + 0.8	t + 0.9
24	2991	3009	3028	3046	3065	3083	3102	3121	3140	3159
23	2814	2831	2849	2866	2884	2901	2919	2937	2955	2973
22	2646	2663	2679	2696	2712	2729	2746	2763	2780	2797
21	2488	2503	2519	2534	2550	2566	2582	2598	2614	2630
20	2338	2352	2367	2382	2397	2412	2427	2442	2457	2472
19	2196	2209	2223	2237	2251	2266	2280	2294	2309	2323
18	2061	2074	2087	2101	2114	2127	2111	2154	2168	2182
17	1934	1947	1959	1972	1984	1997	2010	2022	2035	2048
16	1814	1826	1838	1850	1861	1873	1885	1898	1910	1922
15	1701	1712	1723	1734	1746	1757	1768	1780	1791	1803
14	1594	1605	1615	1626	1636	1647	1658	1668	1679	1690
13	1493	1503	1513	1523	1533	1543	1553	1563	1574	1584
12	1398	1408	1417	1426	1436	1445	1455	1464	1474	1484
11	1309	1317	1326	1335	1344	1353	1362	1371	1380	1389
10	1224	1232	1241	1249	1257	1266	1274	1283	1291	1300
9	1145	1152	1160	1168	1176	1184	1192	1200	1208	1216
8	1070	1077	1084	1092	1099	1107	1114	1122	1129	1137
7	999	1006	1013	1020	1027	1034	1041	1048	1055	1062
6	933	939	946	952	959	965	972	979	986	992
5	871	877	883	889	895	901	907	914	920	926
4	812	818	823	829	835	841	847	853	858	864
3	757	762	768	773	779	784	790	795	801	806
2	705	710	715	720	726	731	736	741	746	752
1	657	662	666	671	676	681	686	690	695	700
0	611	616	620	624	629	634	638	643	647	652

La pressione di saturazione può anche essere valutata mediante opportune relazioni analitiche. Ad esempio, nell'intervallo di temperatura 0 –130 °C può utilizzarsi la seguente:

$$P_s = \exp\left(A + \frac{2.302585 \cdot t}{B + C \cdot t + D \cdot t^2}\right) \text{ [Pa]}$$

ove:

$$A = 6.41542; B = 31.614894; C = 1.327603 \cdot 10^{-1}; D = 1.5593343 \cdot 10^{-5}$$

5.2.2 Umidità assoluta

Umidità assoluta: rapporto tra la densità del vapore ρ_v e la densità dell'aria secca ρ_a :

$$x = \rho_v / \rho_a$$

L'umidità assoluta esprime il rapporto tra la massa del vapore m_v presente in un qualunque volume V d'aria e la massa di aria secca m_a presente nello stesso volume. In genere per evidenziarne meglio il suo significato fisico si esprime in kg di vapore (kg_v) per kg di aria secca (kg_a) e cioè con le dimensioni [kg_v / kg_a]. Il legame tra x e la i può essere facilmente ottenuto. Sulla base dell'equazione di stato dei gas perfetti può porsi

$$P_a = \rho_a \cdot R_a T$$

$$P_v = \rho_v R_v T$$

Si ricorda che la massa molecolare e la costante dei gas "aria secca" e "vapor d'acqua" sono rispettivamente:

ARIA SECCA

$$\mu_a \cong 29$$

$$R_a \cong 0.287$$

VAPOR D'ACQUA

$$\mu_v \cong 18 \quad [\text{kg/kmole}]$$

$$R_v \cong 0.461 \quad [\text{kJ/kgK}]$$

e, quindi, si può scrivere:

$$x = \frac{\rho_v}{\rho_a} = \frac{P_v R_a T}{P_a R_v T} = \frac{P_v \mu_v}{P_a \mu_a} = \frac{P_v}{(P_t - P_v)} \cdot \frac{18}{29} = \frac{i \cdot P_s}{(P_t - i \cdot P_s)} \cdot 0.622 \text{ [kg}_v \text{ / kg]}$$

ove si è posto:

$$P_a = P_t - P_v$$

Si può osservare che essendo $P_s = f(t)$ è anche $x = f(t, i)$, ovviamente se P_t è costante.

5.2.3 Entalpia dell'aria umida

Lo studio delle condizionamento dell'aria e delle trasformazioni dell'aria negli impianti di condizionamento richiede l'introduzione della grandezza **entalpia dell'aria umida**.

Riferendosi alla massa complessiva M_t di aria umida si osserva che nella miscela sono presenti M_a [kg_a] di aria e M_v [kg_v] di vapore per cui, ovviamente:

$$M_t = M_a + M_v \quad [\text{kg}]$$

In generale, per una miscela di gas perfetti l'**entalpia totale della miscela** H_t [J] è esprimibile in termini dell'**entalpia specifica della miscela** h_t [J/kg]

$$H_t = M_t h_t$$

e, in relazione alle **entalpie specifiche** h_i [J/kg] dei componenti presenti, anche:

$$H_t = M_t h_t = \sum_i M_i h_i \quad [J]$$

Nel caso di aria umida può quindi porsi con ovvia simbologia:

$$h_t (M_a + M_v) = M_a h_a + M_v h_v \quad [J]$$

Come già visto per la definizione dell'umidità assoluta **anziché all'unità di massa** della miscela M_t , si preferisce riferire l'entalpia **all'unità di massa del componente aria** e cioè ad 1 kg di aria secca. Questo modo di procedere è utile nello studio dei processi di condizionamento dell'aria; ad esempio, se la portata d'aria che attraversa un impianto di condizionamento viene umidificata, e cioè resa più ricca di vapore, **la portata d'aria umida** attraverso l'impianto **varia**, mentre **la portata d'aria secca** rimane **costante**. Riferendosi dunque ad 1 kg di aria secca [kg_a], e cioè dividendo entrambi i membri di quest'ultima relazione per M_a , si può scrivere:

$$h = h_t (1 + x) = h_a + x h_v \quad [kJ/kg_a]$$

ove la grandezza h rappresenta ora l'**entalpia complessiva della miscela aria e vapore**; miscela composta, evidentemente, da **1 kg** di aria e da **x kg** di vapore. Le entalpie specifiche dei due componenti h_a e h_v possono ora essere valutate in relazione allo stato termodinamico dei due componenti. Si consideri, a questo scopo, aria umida a temperatura t e ad una pressione totale $P_t = P_a + P_v$. Lo stato termodinamico dell'aria secca sarà individuato dalla coppia di variabili (P_a, t) e lo stato del vapore dalla coppia (P_v, t) .

Le entalpie h_a e h_v sono valutate alla generica temperatura t in relazione agli **stati di riferimento** h_a° e h_v° cui si assegna convenzionalmente valore zero. Se si assimila l'aria ad un gas perfetto per il quale, come si ricorderà risulta $h_a = f(t)$ e $dh_a = c_{pa} dt$, si può scrivere:

$$h_a - h_a^\circ = \int_{t_0}^t c_{pa} \cdot dt = c_{pa} \cdot (t - t_0)$$

ove con t_0 si è indicata la **temperatura allo stato di riferimento**. Se si pone $h_a^\circ = 0$ in corrispondenza a $t_0 = 0^\circ\text{C}$ si può scrivere:

$$h_a = c_{pa} t$$

La valutazione dell'**entalpia specifica del vapore** h_v risulta un poco più articolata in quanto è necessario contemplare passaggi di fase (acqua-vapore o vapore acqua). A questo scopo si attribuisce $h_v^\circ = 0$ all'acqua liquida satura a $t_0 = 0^\circ\text{C}$. In questo caso la pressione di equilibrio dell'acqua è pari alla pressione di saturazione a 0°C del vapore e cioè $P_v^\circ = P_s(t_0) = 611$ [Pa].

L'entalpia h_v nello stato generico (individuato dalle grandezze P_v, t) non differisce in modo tecnicamente significativo dal valore dell'entalpia valutata in corrispondenza allo stato ($P_v = P_v^\circ, t$).

In conseguenza l'entalpia h_v viene valutata immaginando un **processo isobaro** ($P_v^\circ = \text{cost}$) che porti l'*unità di massa di acqua satura*, inizialmente a temperatura t_0 , allo stato finale di vapore surriscaldato a una temperatura generica t . Alla prima fase di questo processo isobaro, e cioè alla completa vaporizzazione del liquido saturo fino allo stato di vapore saturo secco ($t_0 = 0^\circ\text{C}$), compete una variazione di entalpia pari al **calore di vaporizzazione** r_0 [kJ/kg].

Nella fase successiva, e cioè nel processo isobaro che porta il vapore saturo secco dalla temperatura $t_0 = 0^\circ\text{C}$ alla temperatura generica t , la variazione di entalpia è valutabile con l'espressione:

$$dh_v = c_{pv} dt$$

L'entalpia h_v del vapore è quindi complessivamente esprimibile:

$$h_v = r_0 + \int_{t_0}^t c_{pv} \cdot dt = r_0 + c_{pv} \cdot (t - t_0) = r_0 + c_{pv} \cdot t$$

Il calore di vaporizzazione r_0 è pari a **2501** [kJ/kg] mentre $c_{pa} = 1.005$ [kJ/kgK] e $c_{pv} = 1.87$ [kJ/kg K]. Complessivamente si può quindi scrivere per l'entalpia dell'aria umida la seguente espressione:

$$h = h_a + x h_v = 1.005 t + x (2501 + 1.87 t) \quad [\text{kJ/kg}_a]$$

Nel caso di una trasformazione lungo la quale la x non cambi ($h = f(t)$) può essere conveniente esprimere il calore specifico dell'aria umida, ottenendo:

$$c_{pu} = \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_p = c_{pa} + x \cdot c_{pv}$$

Si osservi che c_{pu} è maggiore del c_{pa} dell'aria secca e dipende dal contenuto igrometrico dell'aria.

L'entalpia dell'aria umida, quando $x = \text{cost.}$, può esprimersi semplicemente:

$$h = c_{pu} t + r_0 x.$$

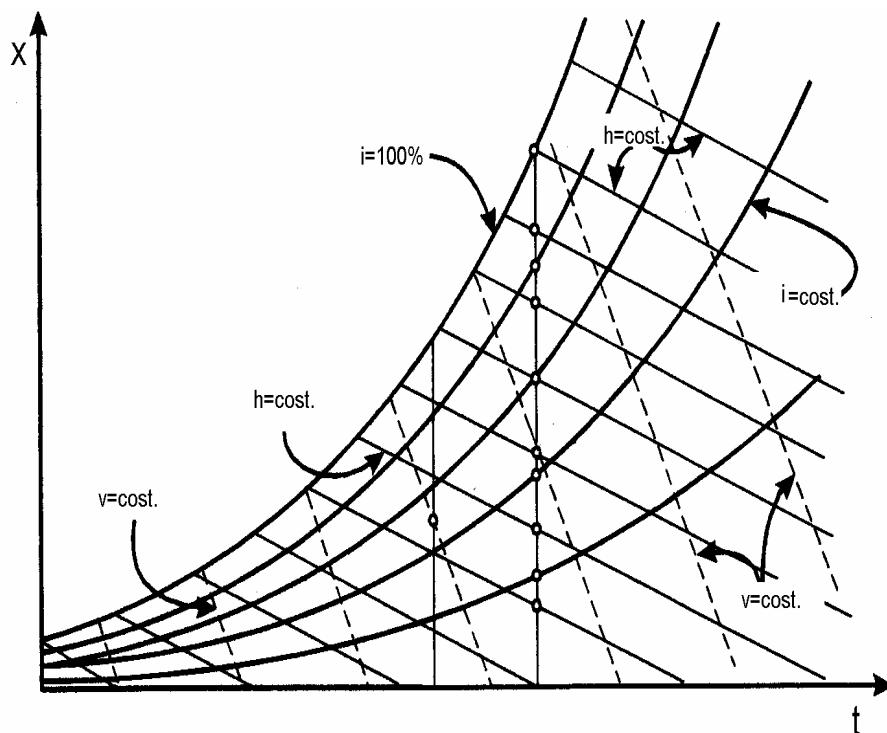
5.3 Diagrammi psicrometrici

Da un punto di vista generale si può precisare che *per individuare lo stato termodinamico di una miscela di aria secca e vapore* (non è una sostanza pura) è *necessario conoscere almeno tre grandezze di stato tra loro indipendenti*. Ad esempio, l'umidità assoluta x , dipende dalla temperatura t , dall'umidità relativa i e dalla pressione totale P_t e cioè è $x = x(t, i, P_t)$; analogamente $h = h(t, i, P_t)$. Ponendo $P_t = 101.300$ [Pa] (pressione atmosferica al livello del mare), lo stato

dell'aria umida diverrà funzione di sole due variabili il che consente la costruzione di diagrammi psicrometrici bidimensionali.

Ad esempio, riportando sull'asse delle ordinate le temperature t ed in ascissa l'umidità assoluta x si ha il diagramma di **Mollier** mentre riportando in ordinate l'umidità assoluta x e in ascissa la temperatura t si ha il **diagramma ASHRAE** (American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers). Su questi diagrammi si rappresentano facilmente le grandezze termodinamiche dell'aria umida nonché le principali trasformazioni termodinamiche che interessano il condizionamento dell'aria.

Il **diagramma ASHRAE** con la temperatura (ascisse) e l'umidità specifica (ordinate) è il più utilizzato. Il processo di costruzione di questo diagramma è schematizzato in figura.



In particolare, riscrivendo l'entalpia nella forma:

$$x = \frac{h - c_{pa} t}{r_0 + c_{pv} t}$$

e tenendo conto che $r_0 + c_{pv} t \approx \text{cost.}$ ($r_0 \gg c_{pv} t$), si osserva che in una trasformazione isoentalpica ($h = \text{cost.}$), la relazione tra x e t è pressochè lineare e quindi le isoentalpiche su questo diagramma

$$x = 0.622 \frac{i \cdot P_s}{(P_t - i \cdot P_s)}$$

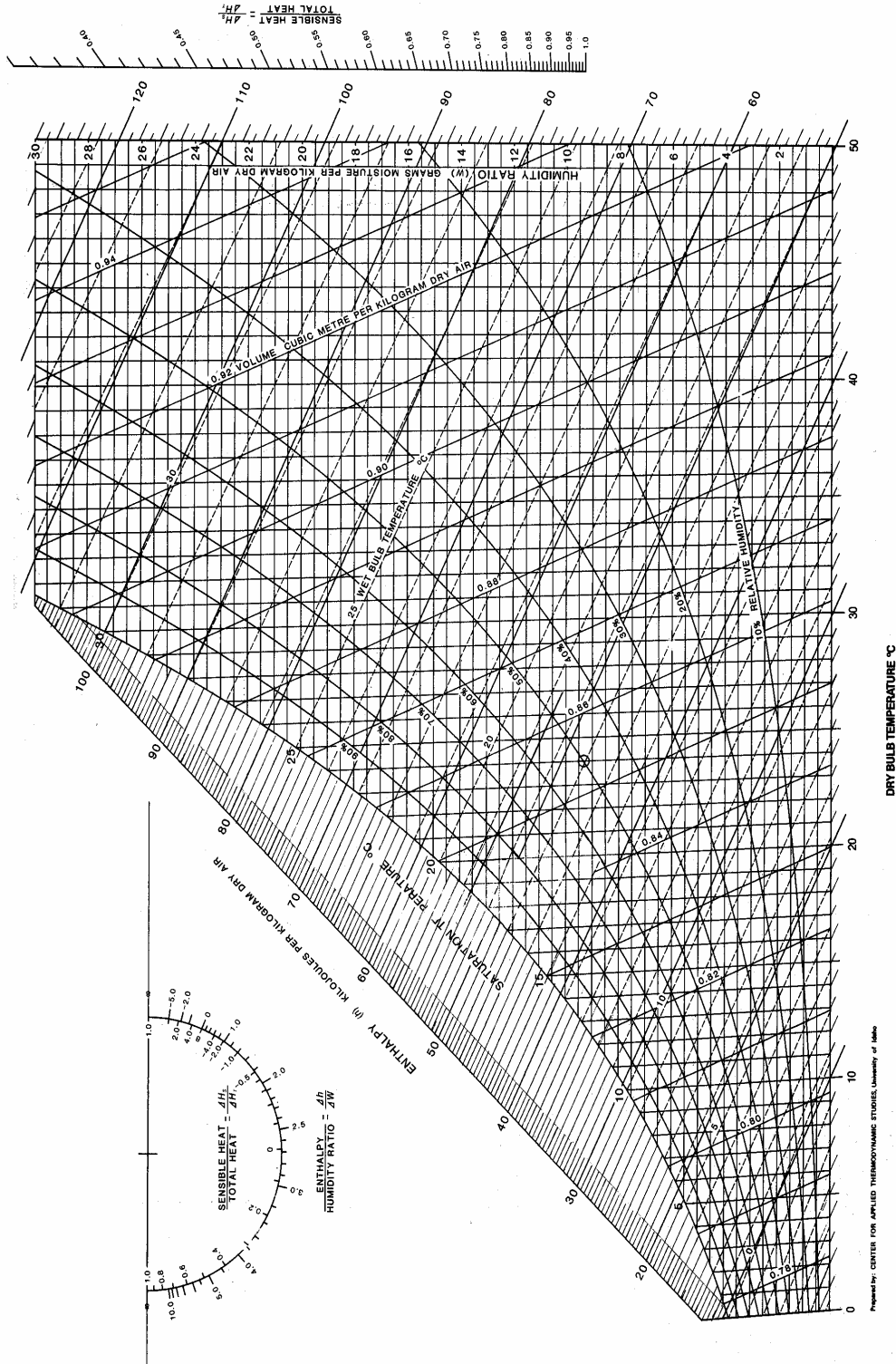
hanno un andamento rettilineo e, per $c_{pa} \approx \text{cost.}$, sono parallele tra loro. Se poi si sostituiscono valori di pressione di saturazione $P_s = P_s(t)$, corrispondenti alle varie isoterme t nella relazione:

è possibile ottenere le ordinate x di punti appartenenti alle curve ad $i = \text{cost}$.

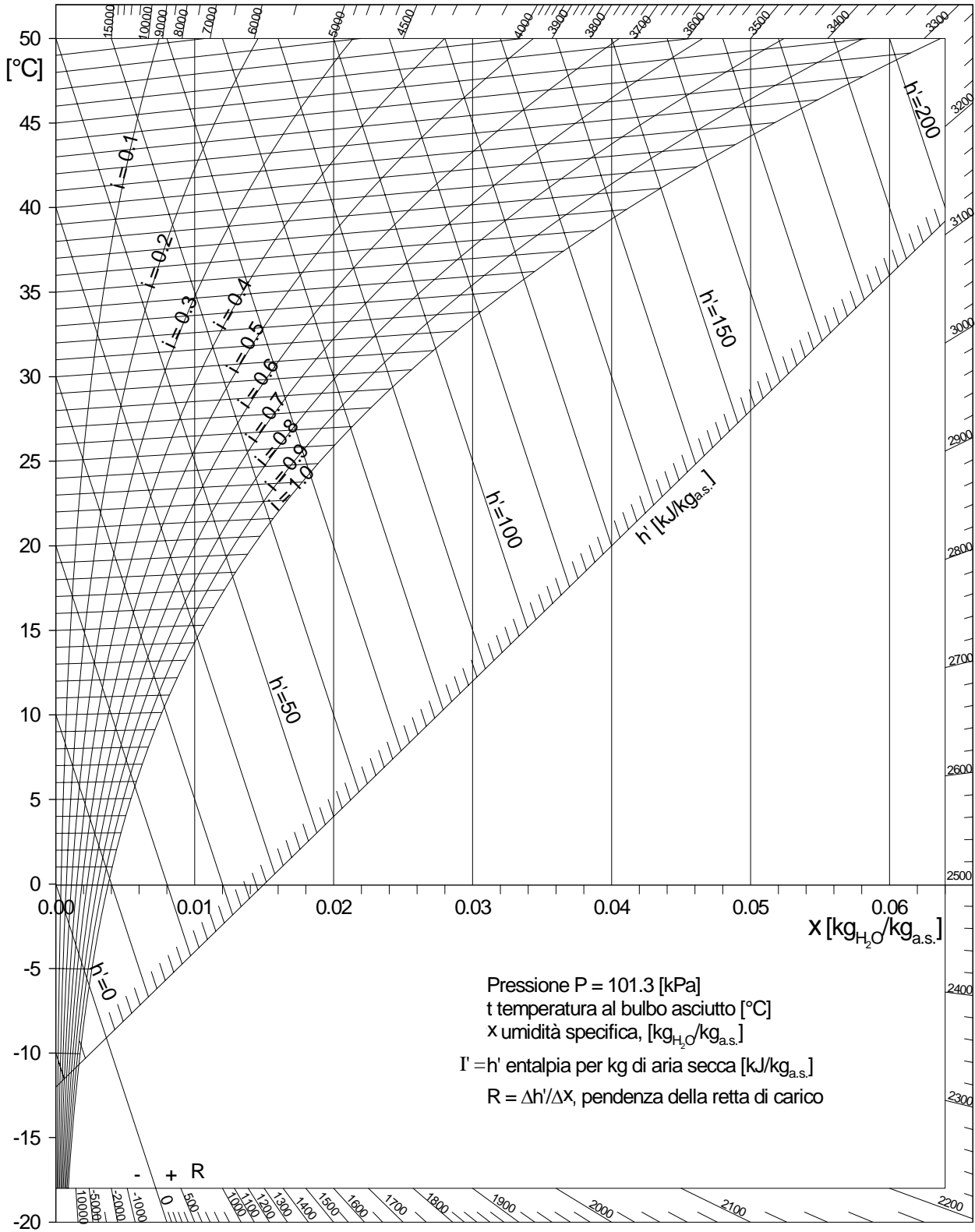
Ad esempio, per costruire la curva di saturazione si pone nella precedente relazione $i = 1$.

Normalmente le umidità relative i sono espresse in valori percentuali.

Il diagramma ASHRAE, valido per pressione atmosferica al livello del mare ($P_t = 101.300$ [Pa]), è rappresentato nella seguente figura.



La figura successiva mostra invece la forma assunta dal **diagramma Mollier** con la temperatura (ordinate) e l'umidità specifica (ascisse).



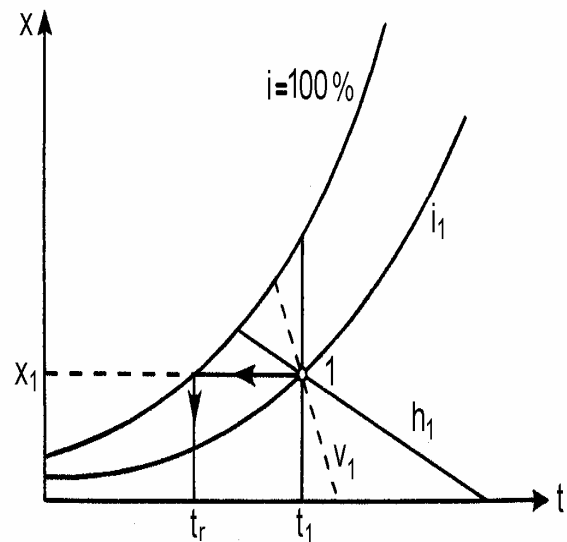
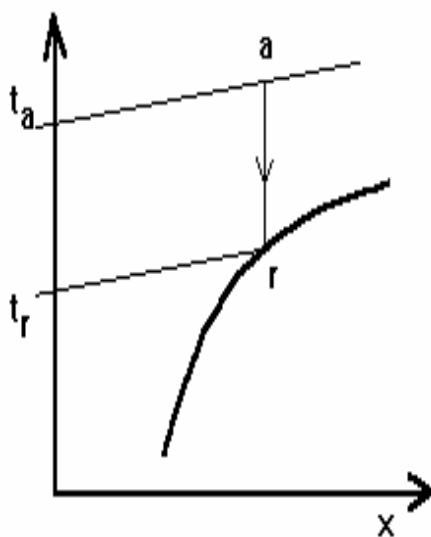
5.4 Misura dell'umidità relativa (psicrometria)

L'umidità relativa dell'aria può essere misurata con vari metodi. Si ricordano, qui di seguito, due metodi diversi e gli strumenti corrispondenti che vengono utilizzati.

● Igrometro ad appannamento

Il principio su cui si basa questo strumento fa riferimento ad una superficie lucida a contatto con l'aria di cui si vuole misurare l'umidità. La superficie lucida viene progressivamente raffreddata fino a quando non si verifica l'appannamento della superficie. In queste condizioni, la temperatura della superficie eguaglia la temperatura di rugiada t_r dell'aria circostante e lo stato dell'aria **adiacente la superficie** è determinato dalla coppia di grandezze t_r e $i = 1$ come rappresentato in figura su entrambi in diagrammi psicrometrici.

Se si misura poi anche la temperatura dell'aria (t_a) sul diagramma di Mollier, t_1 sul diagramma ASHRAE si possono facilmente leggere sui diagrammi tutte le altre grandezze di stato, ad esempio l'umidità relativa i_a sul Mollier e l'umidità i_1 sul diagramma ASHRAE.

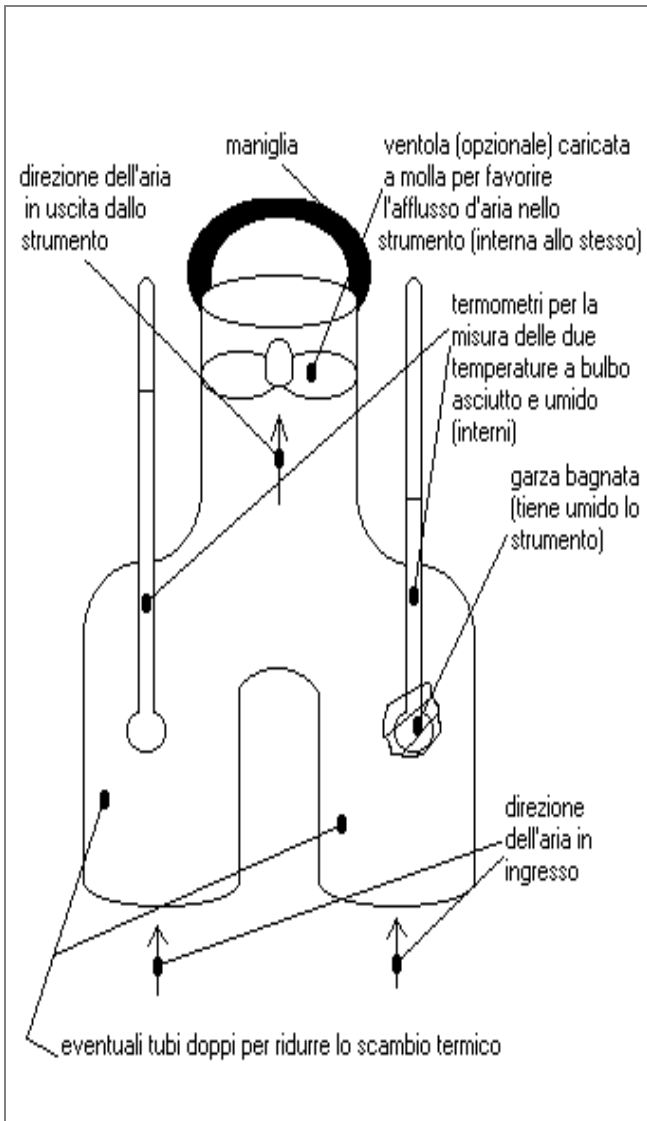


Si può osservare che durante il processo di raffreddamento dell'aria fino a t_r la sua umidità assoluta è rimasta costante (processo ad $x = \text{cost.}$) e pertanto, ad esempio sul Mollier lo **stato a** dell'aria ambiente è individuato dall'incrocio tra la verticale condotta per il punto di rugiada r e l'isoterma t_a .

● Psicrometro ad aspirazione

Il più comune strumento per la misura dell'umidità relativa, è la psicrometro ad aspirazione, rappresentato in figura. Lo strumento consiste in un tubo ad U all'interno del quale, con un ventilatore viene aspirata aria. All'interno dei due rami sono alloggiati due termometri, uno dei quali

(**bulbo bagnato**) è ricoperto da una garza che, al momento dell'uso, viene imbevuta d'acqua. In questo modo è possibile la misura simultanea della temperatura del bulbo asciutto t_a e del bulbo bagnato t_b . Queste due temperature, ovviamente, differiscono tra loro, essendo $t_b < t_a$. Ciò è dovuto all'evaporazione di acqua che si verifica sul bulbo bagnato lambito dalla corrente d'aria umida.



In condizioni di regime stazionario il flusso termico ϕ_v necessario per vaporizzare la portata d'acqua dal bulbo è:

$$\phi_v = g_v \cdot r$$

ove g_v [kg/s] rappresenta la quantità di acqua vaporizzata nell'unità di tempo, ed r il calore di vaporizzazione. Il flusso termico ϕ_v viene scambiato con la corrente d'aria per convezione termica. Come noto, il flusso convettivo è esprimibile come:

$$\phi_c = \alpha_c \cdot S \cdot (t_a - t_b)$$

ove S è la superficie del bulbo bagnato. Eguagliando le due espressioni si ottiene:

$$g_v r = \alpha_c S (t_a - t_b) \quad [W]$$

Poiché g_v dipende dalla pressione P_v del vapore nell'aria e più precisamente dalla differenza $(P_s - P_v)$, è, evidentemente:

$$g_v = f(P_s - P_v)$$

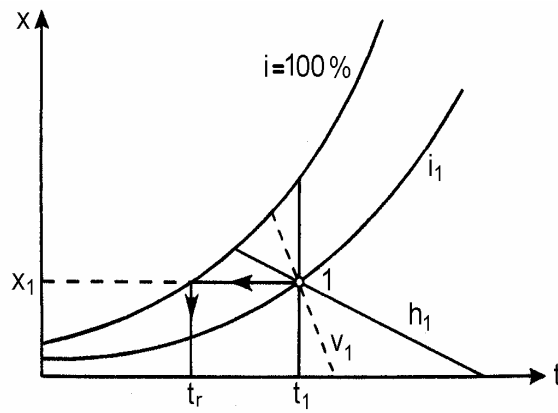
e quindi anche:

$$(t_a - t_b) = f'(P_s - P_v)$$

Il valore della differenza $t_a - t_b$ risulterà tanto più grande quanto minore sarà la quantità di vapore presente nell'aria e cioè quanto minore l'umidità relativa dell'aria aspirata dallo strumento. In genere il costruttore dell'apparecchio fornisce opportuni diagrammi per risalire, dalla differenza $t_a - t_b$ all'umidità relativa dell'aria.

In prima approssimazione, la trasformazione dell'aria che lambisce il bulbo bagnato può essere considerata isentalpica. Ad esempio, la t_b può essere letta direttamente sulle ascisse del diagramma ASHRAE in corrispondenza del punto definito dall'incrocio dell'isoentalpica h_1 con la curva i

=100%. Pertanto la misura psicrometrica della $t_{b,e}$ e della t_a consentono di individuare lo stato dell'aria (1) sul diagramma (incrocio tra t_1 e l'isoentalpica h_1 che passa per t_b).



ESERCIZI ED ESEMPI

1) L'aria interna di un ambiente è caratterizzata da un'umidità relativa $i_a = 60\%$. La temperatura dell'aria è $t_a = 19^\circ\text{C}$. Si valuti la pressione parziale del vapore P_v , l'umidità assoluta x , l'entalpia dell'aria umida h e il calore specifico dell'aria umida c_{pu} .

Ricordando la definizione di i :

$$i_a = \frac{P_v}{P_s(t)} = \frac{P_v}{P_s(19)}$$

Risulta dalla tabella $P_s(19) = 2196$ [Pa] per cui la pressione parziale è:

$$P_v = i_a \cdot P_s(19) = \frac{60}{100} \cdot 2196 = 1318 \text{ [Pa]}$$

Per valutare l'umidità specifica x si può utilizzare la relativa definizione :

$$x = 0.622 \cdot \frac{P_v}{P_a} = 0.622 \cdot \frac{P_v}{P_t - P_v} = 0.622 \cdot \frac{1318}{101300 - 1318} = 0.0082 \text{ [kg}_v\text{/kg}_a\text{]}$$

L'entalpia h risulta:

$$h = 1.005 \cdot t + x \cdot (2501 + 1.87 \cdot t) = 1.005 \cdot 19 + 0.0082 \cdot (2501 + 1.87 \cdot 19) = 39.89 \text{ [kJ/kg}_a\text{]}$$

Il calore specifico dell'aria umida c_{pu} .

$$c_{pu} = c_{pa} + x \cdot c_{pv} = 1.005 + 0.0082 \cdot 1.87 = 1.020 \text{ [}\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\text{]}$$

Si provi a ricavare direttamente dal diagramma ASHRAE l'umidità assoluta x , l'entalpia dell'aria umida h appena calcolate per via algebrica.

2) Un phon (asciugacapelli) aspira e riscalda una portata d'aria di $G_v = 50$ [m³/h]. L'umidità relativa e la temperatura dell'aria all'ingresso sono rispettivamente $t_1 = 20^\circ\text{C}$ e $i_1 = 60\%$. Se la potenza termica che le resistenze elettriche (per effetto Joule) forniscono all'aria è $\phi = 400$ [W] si valuti la temperatura t_2 e l'umidità relativa i_2 dell'aria in uscita.

Risulta dalla definizione :

$$i_1 = \frac{P_v}{P_s(t)} = \frac{P_v}{P_s(20)}$$

Dalla tabella si ha $P_s(20) = 2338$ [Pa] per cui la pressione parziale del vapore all'ingresso è:

$$P_{v1} = i_a \cdot P_s(20) = \frac{60}{100} \cdot 2328 = 1402 \text{ [Pa]}$$

La densità dell'aria umida ρ_1 e l'umidità specifica x_1 sono rispettivamente:

$$\rho_1 = \rho_{a1} + \rho_{v1} = \frac{P_{a1}}{R_a \cdot T_1} + \frac{P_{v1}}{R_v \cdot T_1} = \frac{1}{T_1} \cdot \left(\frac{P_t - P_{v1}}{R_a} + \frac{P_{v1}}{R_v} \right) = \frac{1}{293} \cdot \left(\frac{99898}{287} + \frac{1402}{461} \right) = 1.20 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

$$x_1 = 0.622 \cdot \frac{P_{v1}}{P_t - P_{v1}} = 0.622 \cdot \frac{1402}{99898} = 0.0087 \text{ [kg}_v\text{/kg}_a\text{]}$$

La portata massica di aria umida attraverso il phon è:

$$G_m = G_v \cdot \rho_1 = \frac{50}{3600} \cdot 1.20 = 0.0167 \text{ [kg/s]}$$

e, ovviamente:

$$G_m = G_a + G_{vap}$$

ove G_{vap} è la portata in massa del solo vapore. Ovviamente la trasformazione dell'aria tra ingresso ed uscita sarà caratterizzata da $x_2 = x_1$ e $P_{v2} = P_{v1}$. Poiché $x_1 = G_{vap}/G_a$ la portata d'aria secca è:

$$G_a = \frac{G_m}{(1 + x_1)} = \frac{0.0167}{1 + 0.0087} = 0.0165 \text{ [kg}_a\text{/s]}$$

Il sistema in studio può essere assimilato ad un sistema aperto con un ingresso (sezione 1) ed un'uscita (sezione 2). Ricordando la nota equazione di bilancio si può scrivere:

$$\varphi = G_a \cdot (h_2 - h_1)$$

essendo ($x = \text{cost.}$):

$$(h_2 - h_1) = c_{pu} \cdot (t_2 - t_1) = (c_{pa} + x_1 \cdot c_{pv}) \cdot (t_2 - t_1)$$

la temperatura all'uscita è:

$$t_2 = t_1 + \frac{\varphi}{G_a \cdot (c_{pa} + x_1 \cdot c_{pv})} = 20 + \frac{0.4}{0.0165 \cdot (1.005 + 0.0087 \cdot 1.87)} = 43.73 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

Dalle opportune tabelle delle pressioni di saturazione, oppure dalla relazione:

$$P_s = \exp\left(A + \frac{2.302585 \cdot t}{B + C \cdot t + D \cdot t^2}\right) [\text{Pa}]$$

$$A = 6.41542; B = 31.614894; C = 1.327603 \cdot 10^{-1}; D = 1.5593343 \cdot 10^{-5}$$

si ottiene:

$$P_s(43.73) = 8992 [\text{Pa}]$$

per cui l'umidità relativa all'uscita i_2 si valuta con:

$$i_2 = \frac{P_{v1}}{P_s(t_2)} = \frac{P_{v1}}{P_s(43.73)} = \frac{1402}{8992} = 0.156 = 15.6 \%$$

Si provi a svolgere l'esempio ricavando direttamente dal diagramma ASHRAE le varie grandezze igrometriche dell'aria umida.