Esercitazioni Capitolo 3

Irraggiamento

1) Il filamento di una lampada ad incandescenza si trova alla temperatura di 2500 K. Ipotizzando che il filamento si comporti come un corpo nero, valutare radianza integrale M (potenza specifica) emessa per irraggiamento dal filamento nell'intero campo delle lunghezze d'onda. Calcolare la lunghezza d'onda in corrispondenza della quale la radiazione emessa dal filamento raggiunge il valore massimo. Calcolare inoltre l'emettenza $M_{n\lambda}$ che si ha alla λ_{max} per le temperature di 2500 K e 3000 K.

L'emettenza integrale M per un corpo nero risulta (Legge di Stefan):

$$\mathbf{M = \sigma\, T^4}$$

$$\mathbf{M = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2K^4} \cdot (2500\ K)^4 = 2214,8\ \frac{kW}{m^2}}$$

Con **σ = 5,67 ·10^{-8}** costante di Stefan-Boltzmann.

Facendo uso della Legge di Wien possiamo ricavare la lunghezza d'onda dove si verifica il massimo dell'emissione a 2500K:

$$\mathbf{\lambda_{max} T = 2898\ \mu m \cdot K \quad \Rightarrow \quad \lambda_{max} = \frac{2898\ \mu m \cdot K}{2500\ K} = 1,16\ \mu m}$$

Nella relazione trovata da Planck, l'emettenza $M_{n\lambda}$ risulta funzione della lunghezza d'onda λ e della temperatura T.

$$\mathbf{M_{n\lambda} = \frac{c_1}{\lambda^5 (e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1)}}$$

$$\mathbf{c_1 = 3.743 \cdot 10^8 \quad W\ \mu m^4/m^2 \qquad\qquad c_2 = 14388 \quad \mu m\ K}$$

quindi alla lunghezza d'onda $\lambda = \lambda_{max} = 1,16\ \mu m$, per le temperature di 2500 K e 3000 K si ha rispettivamente:

$$\mathbf{M_{n\lambda\,(2500\ K)} = 1,3 \cdot 10^6 \frac{W}{m^2 \mu m}}$$

$$\mathbf{M_{n\lambda\,(3000\ K)} = 2,9 \cdot 10^6 \frac{W}{m^2 \mu m}}$$

2) La lunghezza d'onda alla quale il sole emette il massimo flusso di energia è λ_{max}=0,5 μm. Considerando il sole come corpo nero, si trovi l'emettenza integrale M del sole e l'emettenza $M_{n\lambda}$ alla T = 3000 K e alle lunghezze d'onda λ_1=0,3 μm e λ_1=0,6 μm.

Dalla Legge di Wien possiamo ricavare la temperatura superficiale del sole:

$$\boldsymbol{\lambda_{max} T = 2898\ \mu m \cdot K \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2898\ \mu m \cdot K}{0,5\ \mu m} = 5796\ K}$$

L'emettenza integrale risulta quindi:

$$\mathbf{M = \sigma\, T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} \cdot (5796\ K)^4 = 64\ \frac{MW}{m^2}}$$

L'emettenza $M_{n\lambda}$:

$$\mathbf{M_{n\lambda\ (0,3\ \mu m)} = 1,76 \cdot 10^4 \frac{W}{m^2 \mu m}}$$

$$\mathbf{M_{n\lambda\ (0,6\ \mu m)} = 1,63 \cdot 10^6 \frac{W}{m^2 \mu m}}$$

3) Si valuti la potenza termica scambiata per irraggiamento dalle seguenti superfici in condizioni notturne (radiazione solare nulla) sapendo che la temperatura delle superfici è t_s=12°C e la temperatura alla volta celeste può essere assegnata una temperatura t_c= - 13°C.

materiale	*emissività*
Asfalto	$\varepsilon = 0{,}9$
Alluminio lucido	$\varepsilon = 0{,}03$
Vernice bianca	$\varepsilon = 0{,}93$

Il flusso specifico scambiato da una superficie (corpo piccolo in grande ambiente) con emissività ε è dato da:

$$\boldsymbol{\varphi' = \varepsilon\, \sigma\, (\, T_c^4 - T_s^4\,)}$$

$$\boldsymbol{\varphi'_{asf} = 0{,}9 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot [\, (-260)^4 - 285^4\,)\,] = -103\ W/m^2}$$

$$\boldsymbol{\varphi'_{all} = 0{,}03 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot [\, (-260)^4 - 285^4\,)\,] = -3\ W/m^2}$$

$$\boldsymbol{\varphi'_{vern} = 0{,}93 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot [\, (-260)^4 - 285^4\,)\,] = -107\ W/m^2}$$

Il segno negativo significa che siamo in presenza di un flusso per irraggiamento **uscente** dalle superfici.

4) Un tubo di diametro esterno D = 44 mm, di lunghezza L = 10 m e avente una temperatura superficiale t_s = 147 °C si trova in un grande ambiente a t_a = 27 °C. Considerando il tubo come un corpo nero, valutare il flusso termico scambiato per irraggiamento con l'ambiente.

Si considera il tubo come corpo nero quindi l'emissività sarà pari a uno:

$$\boldsymbol{\varphi = A \cdot \varphi' = A \cdot \varepsilon\, \sigma\, (\, Ts^4 - Ta^4\,) = A \cdot \sigma\, (\, T_s^4 - T_a^4\,)}$$

$T_s = (t_s + 273) = 420$ K
$T_a = (t_a + 273) = 300$ K

$$\boldsymbol{\varphi = (2\pi \cdot 0{,}022m) \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot (420^4 - 300^4) = 180\ W}$$

5) Una parete perimetrale è munita di un'intercapedine d'aria (**L** = 6 cm). Tra le facce opposte dell'intercapedine (**1** e **2**) esiste una differenza di temperatura $\mathbf{\Delta t = t_1 - t_2}$ = 7 °C e si supponga $\mathbf{t_1}$ = 17 °C. Nell'ipotesi che $\boldsymbol{\varepsilon_1 = \varepsilon_2}$ = 0.8 si valuti il flusso termico specifico trasmesso attraverso l'intercapedine e il relativo coefficiente di irraggiamento $\boldsymbol{\alpha_{irr}}$.

Il flusso termico per irraggiamento tra due lastre estese ed affacciate non dipende dallo spessore **L** essendo dato da:

$$\varphi_{1,2} = X_a \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

$$X_a = \frac{A_1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{A_1}{\frac{1}{0.8} + \frac{1}{0.8} - 1} = \frac{A_1}{1.5}$$

Con $\mathbf{T_1}$ = 290 K e $\mathbf{T_2}$ = 283 K, si ottiene:

$$\varphi_{1,2} = X_a \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) = \frac{A_1}{1.5} \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

$$\varphi' = \frac{\varphi_{1,2}}{A_1} = \frac{1}{1.5} \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (290^4 - 283^4) = 24.9 \ [W/m^2]$$

Il coefficiente $\boldsymbol{\alpha_{irr}}$ è:

$$\alpha_{irr} = \frac{X_a \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{A_1 \cdot (t_1 - t_2)} = \frac{24.9}{7} = 3.6 \ [W/(m^2K)]$$

Nel caso che le superfici dell'intercapedine siano caratterizzate da emissività superficiali minori, ad esempio nel caso $\boldsymbol{\varepsilon_1 = \varepsilon_2}$ = 0.2, si ottiene:

$$X_a = \frac{A_1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{A_1}{\frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.2} - 1} = \frac{A_1}{9}$$

e cioè il flusso specifico trasmesso risulterà sei volte minore.

6) Si supponga ora di interporre, tra le due superfici ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$) una sottile lastra (schermo **S**) con $\varepsilon_S = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$. Il flusso termico scambiato tra **1** e **S** è eguale al flusso termico scambiato tra **2** e **S**.

Risulta:

$$\varphi_{1,S} = \varphi_{S,2}$$
$$X_a \sigma \cdot (T_1^4 - T_S^4) = X_a \sigma \cdot (T_S^4 - T_2^4)$$

Dal bilancio termico si ottiene T_S:

$$T_S^4 = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2}$$

Il flusso termico scambiato tra **1** e **2** è:

$$\varphi_{1,2} = \varphi_{1,S} = X_a \sigma \cdot (T_1^4 - T_S^4) = X_a \sigma \cdot (T_1^4 - \frac{T_1^4}{2} - \frac{T_2^4}{2}) = \frac{X_a \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{2}$$

da cui si deduce che la presenza dello schermo riduce a metà, a parità delle altre condizioni, il flusso termico scambiato.

7) Si consideri la piastra verticale del corpo scaldante (dimensioni altezza **a = 0,6 m** e larghezza **b = 0.6 m**). Si determini il flusso termico scambiato dalla piastra per irraggiamento e il coefficiente di irraggiamento α_{irr} nel caso di due diverse finiture superficiali: lastra verniciata ($\varepsilon_{ve} = 0.95$) e lastra in alluminio lucido ($\varepsilon_{al} = 0.04$).

Si supponga che la temperatura superficiale della lastra sia sempre $t_p = 84$ **°C** e che l'altra sua faccia sia termicamente isolata e che le pareti delimitanti l'ambiente (grande) abbiano tutte la stessa temperatura superficiale $t_{pa} = 20$ **°C**.

In questo caso (corpo piccolo in grande ambiente) si possono utilizzare le relazioni:

$$\varphi_{1,2} = X_a \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$
$$X_a = A_1 \cdot \varepsilon_1$$

Risulta:

$$T_1 = (t_p + 273) = 357 \ [K]$$
$$T_2 = (t_{pa} + 273) = 293 \ [K]$$

Il flusso termico per irraggiamento è rispettivamente nei due casi:

- *lastra verniciata* $\varepsilon_1 = \varepsilon_{ve} = 0.95$

$$\varphi_{1,2} = (0.6 \cdot 0.6) \cdot 0.95 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (357^4 - 293^4) = 181\ [W]$$

$$\alpha_{irr} = \frac{\varphi_{1,2}}{A_1 \cdot (t_p - t_{pa})} = \frac{181}{0.36 \cdot (64)} = 7.8\ [W/(m^2 K)]$$

- *lastra lucida* $\varepsilon_1 = \varepsilon_{al} = 0.04$

$$\varphi_{1,2} = (0.6 \cdot 0.6) \cdot 0.04 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (357^4 - 293^4) = 7.6\ [W]$$

$$\alpha_{irr} = \frac{\varphi_{1,2}}{A_1 \cdot (t_p - t_{pa})} = \frac{7.6}{0.36 \cdot (64)} = 0.33\ [W/(m^2 K)]$$